**CAP. 4 – Modelos Aleatórios de Stocks**

**SOLUÇÕES EXERCÍCIOS**

1. ***a)*** $P(D \geq Q) \geq \frac{c+h}{s+π+h}= \frac{10 000-6 966}{0+250 000-6966} $≥ $P(D \geq Q + 1) => Q^{\*}= 6;$

***b)*** **C. Ruptura = 1 450 €**$; P(D > 6) = 0,45\%$

**2. *a)*** $Q^{\*}= 4 720$

 ***b)*** $Q^{\*}= 5 000$

***c)*** $Q^{\*}= 3 025$; Custo Esperado= $E\left[CT\left(Q\right)\right]≈158 980 \$$.Quartos extra = 108.

1. As conclusões são as mesmas da alínea ***c)*** anterior. Receita esperada $≈51 021$ **$**
2. ***a)*** **Alternativa 1**: $Q^{\*}$= 11 856; Receita esperada= s\*μ = 45\*10 000 = 450 000; C. Esperado aquisição = c$Q^{\*}$= 20\*11 856 = 237 120; C. Esper. Stock = - 9\*[11 856 -10 000 + 3056] = - 44 205 (é uma receita); C. Esp. Ruptura ≈ 45\*3056 = 137 503; C. esperado total = 330 418; Ganho Esperado total = 119 582.

 **Alternativa 2**: π=2 => p=47; $Q^{\*}$= 12 397; Receita esperada= s\*μ = 45\*10 000 = 450 000; C. Esperado aquisição = c$Q^{\*}$= 20\*12 397 = 247 940; C. Esper. Stock = - 9\*[12 397 -10 000 + 2 895] = - 47 625 (é uma receita); C. Esp. Ruptura ≈ 47\*2 895 = 136 051; C. esperado total = 336 366; Ganho Esperado total = 113 634;

***b)*** Determinado na alínea anterior

 ***c) Stock inicial*** = 500. Como não existem custos da encomenda, devem encomendar-se 11 856 – 500 = 11 356. Com stock inicial = 12 000, não se deve encomendar nada, independentemente do custo da encomenda.

Se o stock inicial for de 5 000 e o custo da encomenda for de 12 000, então devem encomendar-se $Q^{\*}$= 11 856 – 5 000 = 6 856. O valor limite a partir do qual não há encomenda é $Q\_{0}$≈ 7 500: *Política* $\left⟨Q\_{0}; Q^{\*}\right⟩$, que neste exemplo concreto é a $Política \left⟨7 500; 11 856\right⟩.$

***d) d1) Uniforme:*** $Q^{\*}$= 8 472; Receita esperada = 337 500; C. Esp. Aquisição=169 440; C. Esp. Stock= - 10 849; C. Esp. Ruptura = 10 508; C. Esp. Total= 169 099; Ganho Esp. Total = 168 401; d2) não foi resolvido;

 ***d3) Normal:*** $Q^{\*}$= 10 510; Receita esperada = 450 000; C. Esp. Aquisição=210 200; C. Esp. Stock= - 6 340 (é um ganho); C. Esp. Ruptura = 8 748; C. Esp. Total= 212 608; Ganho Esp. Total = 237 392;

1. $Q^{\*}$= 16 => Comprar 4 cheques, pois já tem 12.
2. $Q^{\*}≈3 090$ Quartos; Custo esperado = 161 063 $.
3. $a) Q^{\*}$= 16 750 – 200 = 16 550;

***b)*** No máximo +4; Q = 16 000 + 0,842\*1 000 = 16 842 => encomendar mais 92 pares de skis.

1. $Q\_{1}^{\*}=107; Q\_{2}^{\*}=79;Q\_{3}^{\*}=60;λ^{\*}=0,4321$**;** Custo Esperado =2 498euros; As probabilidades aproximadas de ruptura para os três produtos são, respectivamente, 36%, 52% e 67%.
2. $Q\_{1}^{\*}=1; Q\_{2}^{\*}=1;Q\_{3}^{\*}=3;$ $Q\_{4}^{\*}=1$; $P\left(X\_{1}>1\right)=59,4\%;$ $ P\left(X\_{2}>1\right)=80,1\%;    P\left(X\_{3}>3\right)=6,6\%;$ $P\left(X\_{4}>1\right)=9,0\%$; $Custo Esperado=5 182,3$ u.m..
3. $Política \left〈4,53;9\right〉, $isto é, $Q^{\*}$= 9 e $Q\_{0}$ = 4,53. Como existem 6, não se deve encomendar.
4. $Q^{\*}≈$103; P. Encomenda $≈$ 52; Prob. Ruptura = 5,2%; Stock Segurança ≈ 52-38,5 =13,5; Nº médio unidades diferidas por ciclo ≈ 0,174; Nº médio unidades diferidas por ano ≈ 1,7; Custo anual médio (excluindo custo aquisição) ≈ 1 164.
5. $Q^{\*}≈$1 580; P. Encomenda $≈$ 801; Prob. Ruptura = 26,3%; Stock Segurança ≈ 201; Nº médio unidades diferidas por ciclo ≈ 158; Custo anual médio (excluindo custo aquisição) ≈ 4 629.
6. ***a)*** $r= 47,8;$

 ***b)*** Q = 400,3;

***c)*** $Q^{\*}≈$404; $r^{\*}≈$43; Stock Segurança ≈ 19,7; ; Prob. Ruptura = 2%; Custo anual médio ≈ 125 079;

 ***d)*** $Q^{\*}≈$400; $r^{\*}=16,6≈$17; Custo de ruptura implícito = 5,33;

***e)*** $r^{\*}=32,4≈$ 32; Custo de ruptura implícito = 24,0;

1. ***a)*** r= 47,8$≈48$ ;

***b)*** Q = 400,3 $≈400$;

***c)*** $Q^{\*}≈$403; $r^{\*}=42,9≈$43; Stock Segurança ≈ 19,8; Prob. Ruptura = 2%; Custo anual médio ≈ 125 079;

**d***)* $r^{\*}=16,6≈17$; Custo de ruptura implícito = 1,35; *e)*$ r^{\*}=32,4≈32$; Custo de ruptura implícito = 20.

1. ***a)*** Prob. Ruptura = $e^{\frac{-Q}{λ}}$; b) Q = -λ\*ln($\frac{c+h}{p+h}$)
2. *a)* Quantidade a Encomendar = 1 666 unidades; Ponto de Encomenda = 787,5$≈788$ unidades; Stock de Segurança = 787,5 -416,7 = 370,8 unidades; Probabilidade de ruptura no ciclo = 2,2%; Nº médio de unidades diferidas por ciclo = 1,5 unidades; Custo médio (esperado) anual = $≈17 571 \$$ (excluindo custos de aquisição);

*b)* $Q≈1 732 $*unidades;* $r^{\*}≈575$*;* $H\left(575\right)=0,194$*; Stock Segurança* $≈158,3$ *unidades;* $E\left[η\left(X,575 \right)\right]=19,84$*; Custo médio anual* $≈16 309 \$$*.*

1. $ Q^{\*}≈1 601$unidades ; $r^{\*}≈717$unidades; Custo médio anual (esperado) $≈16 407\$$ (excluindo custos de aquisição);

**18*. a)*** $Q^{\*}≈$1 679; $r^{\*}≈$ 622; Stock Segurança ≈ 217,2; Prob. ruptura = 13,23%; Custo anual médio ≈ 591 357 (incluindo custo de aquisição);

 ***b)***  $Q^{\*}≈$1 200; $r^{\*}≈$ 654; Stock Segurança ≈ 245,8; Prob. Ruptura = 9,82%; Custo anual médio ≈ 592 136;

***c)***  $ Q^{\*}≈$1 700; $r^{\*}≈$ 620; Stock Segurança ≈ 216,1; Prob. Ruptura = 13,37%; Custo anual médio ≈ 594 005. Não vale a pena negociar;

***d)*** Quantidade a Encomendar = 1 700 unidades; Ponto de Encomenda = 611 unidades; Stock de Segurança = 610,7-416,7+13,7 = 207,8 unidades; Probabilidade de ruptura no ciclo = 14,5%; Nº médio de unidades perdidas por ciclo = 13,7 unidades; Custo médio (esperado) anual = $≈592 217\$$.

1. ***a*)** Quantidade a encomendar = **1 597**; Ponto de encomenda = **523**; Stock de Segurança = **106,5**; probabilidade de ruptura no ciclo = **28,1%**; Nº esperado de rupturas por ciclo = **31,9**. No caso de custos de ruptura proporcionais, a título de curiosidade, pode ser obtido o “custo de ruptura” equivalente (implícito), vindo $p=4,9$**;**

***b)*** Quantidade a encomendar = **1 597**; Ponto de encomenda = **675**; Stock de Segurança = **258,3**; probabilidade de ruptura no ciclo = **8%**; Nº esperado de ruptura por ciclo = **6,6**. Igualmente, no caso de custos de ruptura proporcionais, o “custo de ruptura” equivalente pode ser obtido, vindo $p=17,25.$

1. ***a)*** Nível $R^{\*}≈180$ ; Stock Segurança ≈ 57,1; Prob. Ruptura = 0,5%; Nº médio rupturas por ciclo = 0,035; Custo anual médio ≈ 133 370;

***b)*** Nível $R^{\*}≈162$; Stock Segurança ≈ 38,4; Prob. Ruptura = 4,2%; Nº médio rupturas por ciclo = 0,376; Custo de ruptura implícito= 23,8;

***c)*** Nível $R^{\*}≈152$ ; Stock Segurança ≈ 29,1; Prob. Ruptura = 9,55%; Nº médio rupturas por ciclo = 1; Custo de ruptura implícito= 10,5;

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Período (meses)** | **1** | **3** | **3,5** | **3,75** | **4** | **4,25** | **4,3** |
| ***R* (política)** | **180,2** | **401,1** | **454,5** | **481,1** | **507,6** | **534,4** | **539,2** |
| **S. Segurança** | **57,1** | **78** | **81,4** | **83** | **84,5** | **85,9** | **86,1** |
| **P(Ruptura) - %** | **0,5** | **1,5** | **1,8** | **1,9** | **2** | **2,1** | **2,2** |
| **E(Rupturas)** | **0,035** | **0,191** | **0,244** | **0,273** | **0,302** | **0,333** | **0,339** |
| **Custo Total - €** | **13 369,9** | **6 890,1** | **6 675,3** | **6 623,5** | **6 598,0** | **6 596,0** | **6 598,8** |

***d)***

 Ou seja, período óptimo de revisão é de 4,25 meses, $T^{\*}=4,25 $meses. Em termos práticos, podemos considerar que as revisões deveriam ser, aproximadamente, de quatro em quatro meses**.**

1. $R^{\*}=478$**;** Stock de Segurança = $=54,9;  $P(Ruptura) = $9\%;$ Número Esperado de rupturas = 1,74;Custo anual (excluindo c. aquisição) = $≈6 332$ €.
2. $R^{\*}=3 352,4;E\left[η\left(X\_{L+T}, R\right)\right]=48,8; $S.Segurança$=484,6$; $CT\left(3 352;0,25\right)≈ 22 415 \$$ (excluindo custos de aquisição). Mesmo retirando os custos de revisão, que representam **1 200 $,** o valor **21 215 $** (22 415-1 200) compara com **18 122 $.** O sistema de ponto de encomenda tem custos médios esperados menores.
3. A conclusão é a mesma.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Período (meses)** | **1** | **1,5** | **1,8** | **2** | **2,1** | **2,2** | **2,5** |
| R (Política) | 1 719 | 2 134 | 2 380 | 2 543 | 2 625 | 2 706 | 2 949 |
| S. Segurança | 478,8 | 484,7 | 486,3 | 487 | 487.4 | 487,1 | 486,8 |
| P(Ruptura) -% | 7 | 10,2 | 12 | 13,1 | 13,7 | 14,3 | 15,9 |
| E (Rupturas) | 9,98 | 17,82 | 23,03 | 27,63 | 29,32 | 31,07 | 37,49 |
| Custo c/Revisão - $ | 25 661 | 22 126 | 21 454 | 21 332 | 21 342 | 21 354 | 21 612 |
| Custo s/Revisão - $ | 22 061 | 19 726 | 19 454 | 19 568 | 19 628 | 19718 | 20 172 |

1. $R^{\*}=3 540$ ; Stock Segurança = 646,4; Probabilidade ruptura = 10%; Número esperado de rupturas por ciclo = 23,1; Custo anual médio = 24 032 $.
2. $R=161,5≈162$; $S. Segurança=38,4; E\left[η\left(162;1/12\right)\right]=0,376$; Custo de ruptura implícito: $p=24$ €.
3. $R≈152; S. Segurança=129,8;  P\left(ruptura\right)=9,7\%;  p\left(implícito\right)=9,31€$